Mathematik 5	M 5.1 Natürliche und ganze Zahlen – Addition und Subtraktion M 5.1.1 Natürliche Zahlen und ihre Erweiterung zu den ganzen Zahlen (1)	*AKG Schwabach*

<u>Das Dezimalsystem (Zehnersystem):</u>

…	Mrd.	HMio	ZMio.	Mio.	HT	ZT	T	H	Z	E
Milliarden		*Millionen*			*Tausender*			*Hunderter*	*Zehner*	*Einer*
			3	0	2	2	5	4	9	3

30 225 493: dreißig Millionen zweihundertfünfundzwanzigtausendvierhundertdreiundneunzig

Die Zahlen 1, 10, 100, 1000, 10 000, … heißen **Stufenzahlen** des Dezimalsystems.
In **Potenzschreibweise**:

$\boxed{10^0} = 1$ $\quad$ $\boxed{10^3} = 1000$
$\boxed{10^1} = 10$ $\quad$ $\boxed{10^4} = 10\,000$
$\boxed{10^2} = 100$ $\quad$ $\boxed{10^5} = 100\,000$
…

Zehnerpotenzen

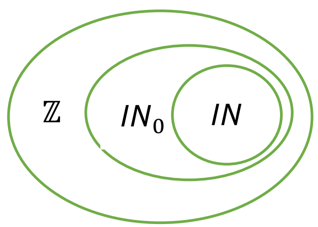
Exponent

10^3

Der Exponent der Zehnerpotenz gibt die Anzahl der Nullen der Stufenzahl an.

<u>Die Zahlenmengen:</u>

- die **natürlichen** Zahlen: $IN = \{1; 2; 3; 4; \dots\}$
- die **natürlichen** Zahlen **mit der Zahl 0**: $IN_0 = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$
- die **ganzen** Zahlen: $\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$



Beispiele:

$-3 \notin IN$

$3 \in IN$

$-354 \in \mathbb{Z}$

Mathematik 5	M 5.1 Natürliche und ganze Zahlen – Addition und Subtraktion M 5.1.1 Natürliche Zahlen und ihre Erweiterung zu den ganzen Zahlen (2)	*AKG Schwabach*

Runden:

Regel

Steht rechts von der Rundungsstelle eine **0, 1, 2, 3, 4**, so wird **abgerundet**.

14 231 ≈14 000; 32 721≈32 700; 10 721≈10 000

Steht rechts von der Rundungsstelle eine **5, 6, 7, 8, 9**, so wird **aufgerundet**.

14 743 ≈ 15 000; 6 316≈6 320; 88 211≈90 000

Teilbarkeitsregeln:

Hinweis: Quersumme

Die Quersumme von 951 ist 15 (9+5+1=15).

Eine Zahl ist nur dann (ohne Rest) teilbar

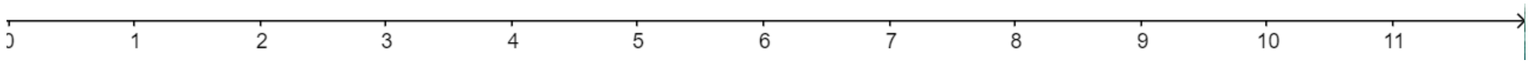
• **durch 2**, wenn sie die Einerziffer 0, 2, 4, 6 oder 8 besitzt, • **Bsp.: 114 ist durch 2 Teilbar, da die Einerziffer 4 ist.**	• **durch 5**, wenn sie die Einerziffer 0 oder 5 besitzt, • **Bsp.: 7355 ist durch 5 teilbar, da die Einerziffer 5 ist.**	• **durch 3**, wenn ihre Quersumme durch 3 teilbar ist, • **Bsp.: 4521 ist durch 3 teilbar, da die Quersumme 12 ist (4+5+2+1=12).**
• **durch 4**, wenn die aus den letzten beiden Ziffern gebildete Zahl durch 4 teilbar ist, • **Bsp.: 3232 ist durch 4 teilbar, da 32 durch 4 teilbar ist.**	• **durch 10**, wenn sie die Einerziffer 0 besitzt, • **Bsp.: 7890 ist durch 10 teilbar, da die Einerziffer 0 ist.**	• **durch 9**, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist. • **Bsp.: 8433 ist durch 9 teilbar, da die Quersumme durch 9 teilbar ist (8+4+3+3=18).**

Eine **Primzahl** ist eine Zahl, die nur durch sich selbst und durch 1 teilbar ist. 1 ist keine Primzahl! **Bsp.: 2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; …**

Mathematik 5	M 5.1 Natürliche und ganze Zahlen – Addition und Subtraktion M 5.1.1 Natürliche Zahlen und ihre Erweiterung zu den ganzen Zahlen (3)	*AKG Schwabach*

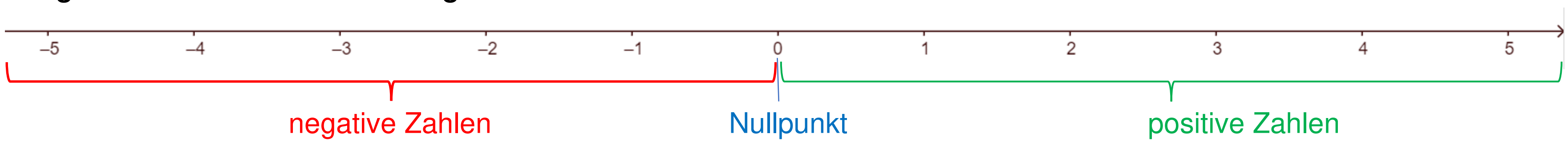
<u>Zahlenstrahl und Zahlengerade:</u>

1. Die **natürlichen Zahlen** am **Zahlenstrahl**:



Beachte: Die Abstände zwischen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen sind gleich groß.
Je weiter rechts eine Zahl auf dem Zahlenstrahl liegt, desto größer ist sie.

2. Die **ganzen Zahlen** an der **Zahlengerade**:



Von zwei Zahlen a und b ist diejenige größer, die auf der Zahlengeraden weiter rechts liegt.
Jede Zahl auf der Zahlengerade hat eine **Gegenzahl,** die bezüglich der 0 symmetrisch liegende Zahl.

Bsp.: 4 ist die Gegenzahl zu -4.
-3 ist die Gegenzahl zu 3.

Der **Betrag** einer ganzen Zahl a ist ihr **Abstand von der Zahl 0:** $|a|$

Bsp.: $|-8| = 8$ $\quad$ $|+8| = 8$ $\quad$ $|0| = 0$

<u>Das Koordinatensystem:</u>

Das Koordinatensystem besteht

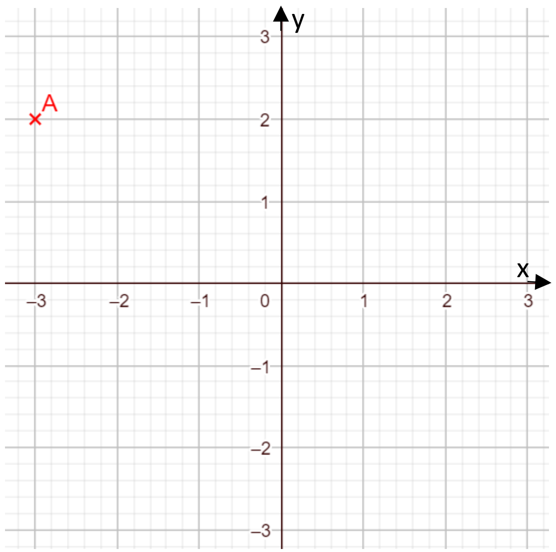
- aus einer waagrechten Zahlengeraden: **x-Achse**
- aus einer senkrechten Zahlengeraden: **y-Achse**

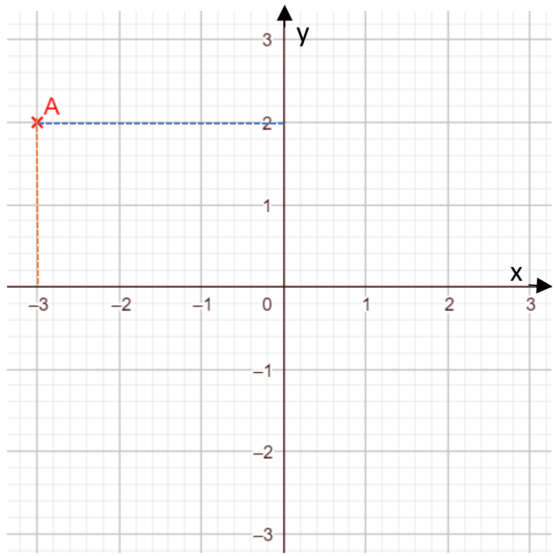
Den Schnittpunkt von x- und y-Achse nennt man **Ursprung**.

Jeder Punkt in einem Koordinatensystem lässt sich durch ein Zahlenpaar beschreiben.
Die Zahlen heißen Koordinaten des Punktes.

$A(-3\,/\,2)$

x-Koordinate y-Koordinate

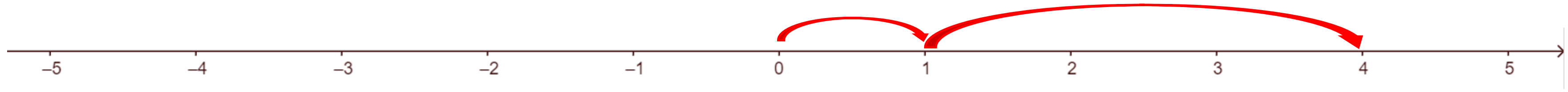




Mathematik 5	M 5.1 Natürliche und ganze Zahlen – Addition und Subtraktion M 5.1.2 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen (1)	*AKG Schwabach*

Addieren und Subtrahieren am Zahlenstrahl:

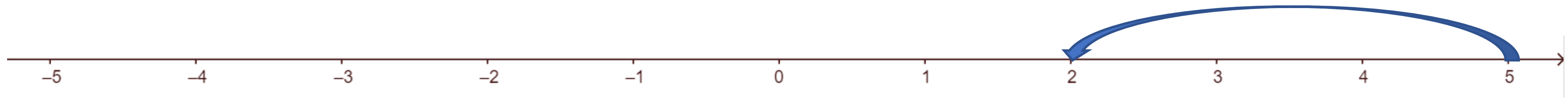
Addition:



Addieren bedeutet am Zahlenstrahl „nach rechts gehen".

$$\underbrace{\underset{\textit{1. Summand}}{1} + \underset{\textit{2. Summand}}{3}}_{\textit{Summe}} = \underset{\textit{Wert der Summe}}{4}$$

Subtraktion:



Subtrahieren am Zahlenstrahl bedeutet „nach links gehen".

$$\underbrace{\underset{\textit{Minuend}}{5} - \underset{\textit{Subtrahend}}{3}}_{\textit{Differenz}} = \underset{\textit{Wert der Differenz}}{2}$$

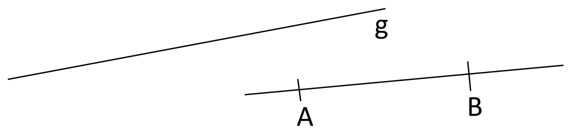
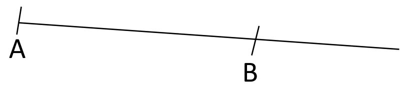
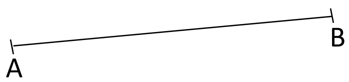
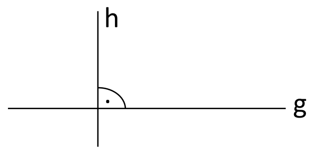
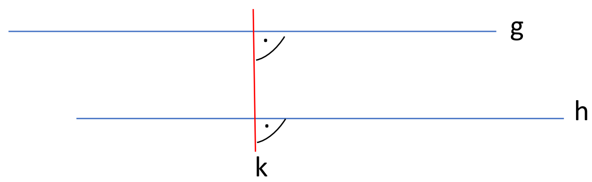
Mathematik 5	M 5.1 Natürliche und ganze Zahlen – Addition und Subtraktion M 5.1.2 Addition und Subtraktion ganzer Zahlen (2)	*AKG Schwabach*

Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen:

	zweier Zahlen mit gleichem Vorzeichen	***zweier Zahlen mit unterschiedlichem Vorzeichen***
Addition	Bsp.: $(-14) + (-20) =$ 1. Addiere die Beträge: $14 + 20 = 34$ 2. Gib der Summe das gemeinsame Vorzeichen der Summanden: $-$ *Ergebnis:* $(-14) + (-20) = -34$	Bsp.: $(+66) + (-44) =$ 1. Subtrahiere den kleineren Betrag vom größeren Betrag: $66 - 44 = 22$ 2. Gib der Differenz das Vorzeichen des Summanden mit dem größeren Betrag: $+$ *Ergebnis:* $(+66) + (-44) = +22$
Subtraktion	Subtrahieren einer ganzen Zahl bedeutet dasselbe wie Addieren ihrer Gegenzahl. Bsp.: $(+12) - (+6) = (+12) + (-6) = +6$ $(-48) - (-72) = (-48) + (+72) = +24$	Subtrahieren einer ganzen Zahl bedeutet dasselbe wie Addieren ihrer Gegenzahl. Bsp.: $(-27) - (+11) = (-27) + (-11) = -38$ $(+38) - (-12) = (+38) + (+12) = +50$

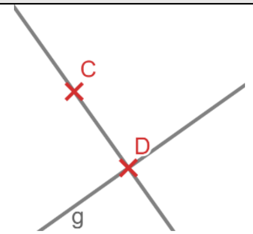
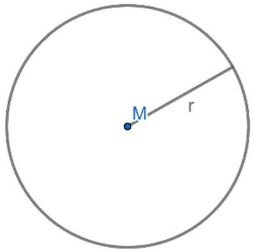
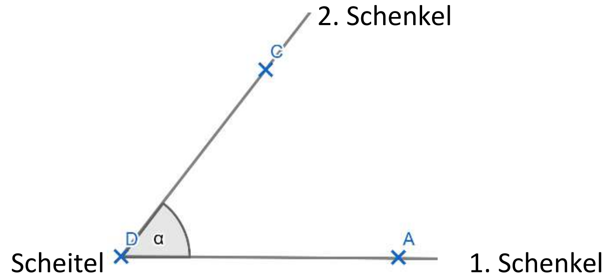
Mathematik 5	M 5.2 Geometrische Figuren und Lagebeziehungen (1)	*AKG Schwabach*

Wichtige Begriffe:

Begriff	***Beschreibung***	***Schreib-weise***	***Darstellung***
Gerade	Eine Gerade hat keinen Anfangs- und Endpunkt. Sie wird oft mit Kleinbuchstaben oder über Punkte, die auf ihr liegen, benannt.	g AB	
Halbgerade	Eine Halbgerade hat einen Anfangs- aber keinen Endpunkt.	$[AB$	
Strecke	Eine Strecke ist von zwei Punkten begrenzt.	$\overline{AB}$	
Länge der Strecke		$\lvert\overline{AB}\rvert$	
g ist senkrecht zu h		$g \perp h$	
g ist parallel zu h		$g \parallel h$	

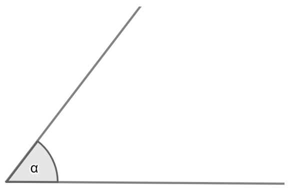
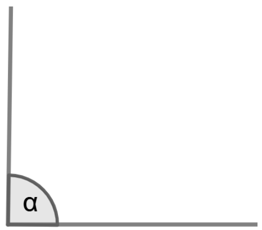
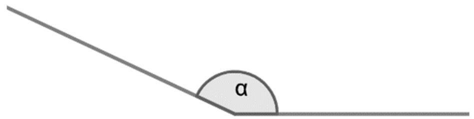
Mathematik 5	M 5.2 Geometrische Figuren und Lagebeziehungen (2)	*AKG Schwabach*

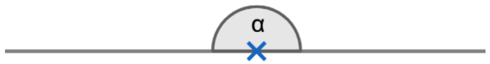
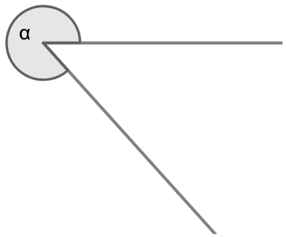
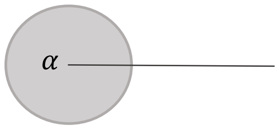
Abstand – Kreis – Winkel:

Begriff	***Beschreibung***	***Schreib-weise***	***Darstellung***
Abstand eines Punktes C von der Geraden g	Der Abstand eines Punktes C von der Geraden g ist die Länge der zu g senkrechten Verbindungsstrecke von C bis g.		
Kreis mit Mittelpunkt M und Radius r		$k(M;r)$	
Winkel	Ein Winkel wird durch seinen Scheitel, seine Schenkel und die Drehrichtungen festgelegt.	$\alpha = \sphericalangle ADC$	

Mathematik 5	M 5.2 Geometrische Figuren und Lagebeziehungen (3)	*AKG Schwabach*

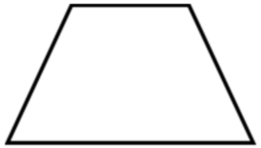
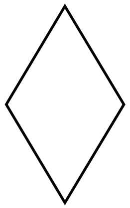
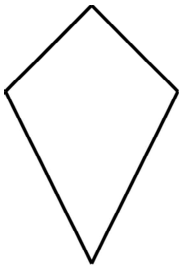
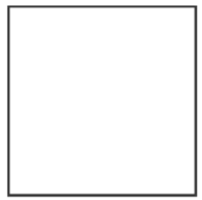
Besondere Winkel:

Spitzer Winkel $0° < \alpha < 90°$	rechter Winkel $\alpha = 90°$	stumpfer Winkel $90° < \alpha < 180°$
		

gestreckter Winkel $\alpha = 180°$	überstumpfer Winkel $180° < \alpha < 360°$	Vollwinkel $\alpha = 360°$
		

Mathematik 5	M 5.2 Geometrische Figuren und Lagebeziehungen (4)	*AKG Schwabach*

Ebene Figuren – Vierecke:

Trapez	Parallelogramm	Raute	Drachenviereck	Rechteck	Quadrat
• zwei parallele Seiten	• die gegenüberliegenden Seiten sind jeweils parallel	• die gegenüber-liegenden Seiten sind jeweils parallel • alle Seiten sind gleich lang	• symmetrisch zu einer seiner Diagonalen	• die gegenüberliegenden Seiten sind jeweils parallel • vier rechte Winkel	• die gegenüber-liegenden Seiten sind jeweils parallel • alle Seiten sind gleich lang • vier rechte Winkel
					

Mathematik 5	M 5.3 Natürliche und ganze Zahlen – Multiplikation und Division M 5.3.1 Multiplikation und Division ganzer Zahlen	*AKG Schwabach*

Multiplizieren:

$$\underbrace{\underset{\text{1. Faktor}}{4} \cdot \underset{\text{2. Faktor}}{7}}_{\text{Produkt}} = \underset{\text{Wert des Produkts}}{28}$$

Dividieren:

$$\underbrace{\underset{\text{Dividend}}{56} : \underset{\text{Divisor}}{8}}_{\text{Quotient}} = \underset{\text{Wert des Quotienten}}{7}$$

Multiplizieren und Dividieren ganzer Zahlen			
1. Multipliziere/Dividiere die Beträge. 2. Bei gleichem Vorzeichen gibt man dem Produkt/Quotienten das Vorzeichen +, bei verschiedenen Vorzeichen das Vorzeichen -.	+ · + = + - · - = + + · - = - - · + = -	**Beispiele:** $\mathbf{8 \cdot 4 = 32}$ $(-6) \cdot (-9) = \mathbf{54}$ $(-12) \cdot \mathbf{3} = \mathbf{-36}$ $\mathbf{27} : (-3) = \mathbf{-9}$ $(-4) \cdot \mathbf{0} = \mathbf{0}$ $\mathbf{0} : (-3) = \mathbf{0}$ $\cancel{4 : 0 =}$	+ : + = + - : - = + + : - = - - : + = -

Potenzen	Primfaktorzerlegung
Ein Produkt aus gleichen Faktoren schreibt man als Potenz. $a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^5$ *Bsp.:* $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^5$ 3^5 *Exponent* *Basis* *Beachte:* $a^0 = 1$ $a^1 = a$	Jede natürliche Zahl, die größer als 1 ist, ist entweder eine Primzahl oder lässt sich in ein Produkt aus Primzahlen zerlegen (faktorisieren). Zu jeder Zahl gehört eine eindeutig festgelegte **Primfaktorzerlegung.** **Bsp.:** $40 = 2 \cdot 20 = 2 \cdot 2 \cdot 10 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = \mathbf{2^3 \cdot 5}$ $56 = 7 \cdot 8 = 7 \cdot 2 \cdot 4 = 7 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = \mathbf{2^3 \cdot 7}$

Mathematik 5	M 5.3 Natürliche und ganze Zahlen – Multiplikation und Division M 5.3.2 Verbindung der Grundrechenarten bei ganzen Zahlen (1)	*AKG Schwabach*

Rechengesetze:

Kommutativgesetz	Assoziativgesetz	Distributivgesetz
Für alle ganzen Zahlen a, b gilt: $a + b = b + a$ $(-13) + 22 = 22 + (-13)$ $a \cdot b = b \cdot a$ $(-10) \cdot 8 = 8 \cdot (-10)$	Für alle ganzen Zahlen a, b, c gilt: $(a + b) + c = a + (b + c)$ $(8 + 18) + 6 = 8 + (18 + 6)$ $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ $(17 \cdot 5) \cdot 20 = 17 \cdot (5 \cdot 20)$	Für alle ganzen Zahlen a, b, c gilt: $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ $(7 + 11) \cdot (-4) = 7 \cdot (-4) + 11 \cdot (-4)$ $(a + b) : c = a : c + b : c$ $(18 + 36) : (-6) = 18 : (-6) + 36 : (-6)$

Klammern vor → **Potenzen** vor → **Punktrechnung** vor → **Strichrechnung**

$$40 : (3 \cdot \mathbf{2^3} - 16) + 6 = 40 : (\mathbf{3 \cdot 8} - 16) + 6 = 40 : (\mathbf{24 - 16}) + 6 = \mathbf{40 : 8} + 6 = \mathbf{5 + 6} = 11$$

Der Term ist eine Summe.

Beachte: Die zuletzt auszuführende Rechenart legt die Art des Terms fest.

Bsp.: Dividiere die Summe aus -14 und -16 durch die Differenz der Zahlen -3 und -6.

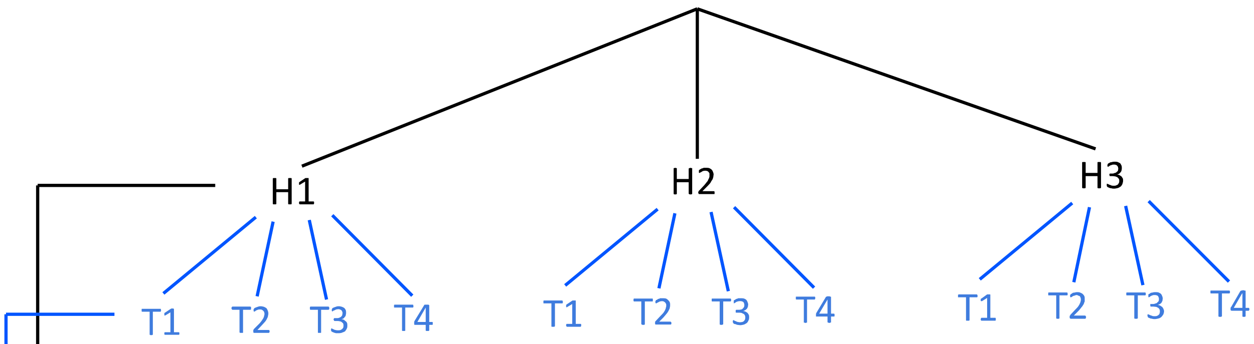
$[(-14) + (-16)] : [(-3) - (-6)] = [-30] : [\ 3\ ] = -10.$

Mathematik 5	M 5.3 Natürliche und ganze Zahlen – Multiplikation und Division M 5.3.2 Verbindung der Grundrechenarten bei ganzen Zahlen (2)	*AKG Schwabach*

<u>Baumdiagramm:</u>

Tom packt seinen Koffer für den Urlaub. Er nimmt drei Hosen und vier T-Shirts, die alle gut zusammenpassen, mit. Berechne die Anzahl der Kombinationsmöglichkeiten seiner Kleidung.

Baumdiagramm: 3 Hosen: H1 – H3; 4 T- Shirts: T1 – T4



1. Entscheidung: Für die Hose 3 Möglichkeiten.

2. Entscheidung: Für die T-Shirts 4 Möglichkeiten, also insgesamt 12 Möglichkeiten.

<u>Zählprinzip:</u>

3 Möglichkeiten

·

4 Möglichkeiten

=

12 Möglichkeiten

<u>Zählprinzip:</u> Liegt ein „regelmäßiges“ Baumdiagramm vor, so ergibt sich die Gesamtzahl der Möglichkeiten auch durch Multiplikation der Anzahlen der jeweiligen Möglichkeiten bei den Einzelentscheidungen.

Im Beispiel: $3 \cdot 4 = 12$

Mathematik 5	M 5.4 Größen und ihre Einheiten M 5.4.1 Geld, Länge, Masse und Zeit (1)	*AKG Schwabach*

Größe	Einheiten				
Länge	1 mm	1 cm	1 dm	1m	1 km

$\cdot 10$ $\quad$ $\cdot 10$ $\quad$ $\cdot 10$ $\quad$ $\cdot 1000$

2,4 m

Maßzahl $\quad$ Einheit

Größe	Einheiten			
Masse	1 mg	1 g	1 kg	1 t

$\cdot 1000$ $\quad$ $\cdot 1000$ $\quad$ $\cdot 1000$

Geld

1€ = 100ct

Größe	Einheiten			
Länge	1 s	1 min	1 h	1 d

$\cdot 60$ $\quad$ $\cdot 60$ $\quad$ $\cdot 24$

Beispiele:

$4,5t - 2700kg = 4500kg - 2700kg = 1800kg$

$25€ : 5 = 5€$

$1200cm : 3m = 12m : 3m = 4$

$10dm + 12\ cm + 3m = 100cm + 12cm + 300cm = 412cm = 4m\ 12cm$

Rechnen mit Größen

Vor dem Addieren und Subtrahieren müssen die Größen in die gleiche Maßeinheit umgerechnet werden.

Dreisatz:

12 Flaschen Limonade kosten 18€. Berechne wie viel sieben Flaschen kosten.

$$
\begin{aligned}
&\quad 12 \text{ Flaschen} \mathrel{\widehat{=}} 18€ \\
&:12 \quad\; 1 \text{ Flasche} \mathrel{\widehat{=}} 18€ : 12€ = 1{,}50€ \\
&:7 \quad\;\; 7 \text{ Flaschen} \mathrel{\widehat{=}} 1{,}50€ \cdot 7 = 10{,}50\,€
\end{aligned}
$$

Maßstab:

Beispiel: 1:300 (lies: „im Maßstab 1 zu 300“)

Die Angabe 1:300 bedeutet: Die Länge in der Wirklichkeit beträgt das 300-fache der Länge im Plan.

$3cm$ im Plan → $3cm \cdot 300 = 900cm$ in Wirklichkeit

$1200cm$ in Wirklichkeit → $1200cm : 300 = 4cm$ im Plan

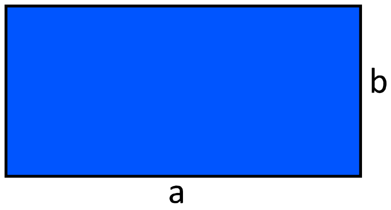
Mathematik 5	M 5.4 Größen und ihre Einheiten M 5.4.2 Flächeninhalt (1)	*AKG Schwabach*

Einheiten bei Flächeninhalten:

$1\ km^2 = 100\ ha$ $\quad 1ha = 100a$ $\quad 1a = 100m^2$ $\quad 1m^2 = 100dm^2$ $\quad 1dm^2 = 100cm^2$ $\quad 1cm^2 = 100mm^2$

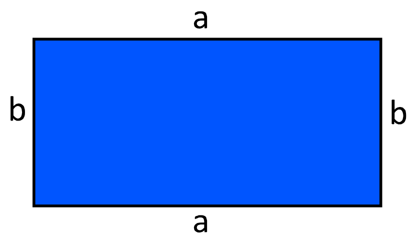
Flächeninhalt und Umfang eines Rechtecks:

Flächeninhalt A



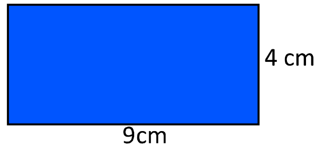
A = a · b

Umfang U



U = 2 · a + 2 · b

Beispiel:



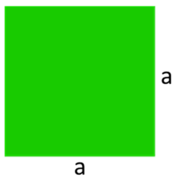
$A = 9cm \cdot 4cm = 36cm^2$

$U = 2 \cdot 9cm + 2 \cdot 4cm =$

$= 18cm + 8cm = 26cm$

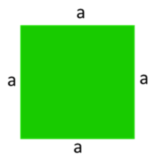
Flächeninhalt und Umfang eines Quadrats:

Flächeninhalt A



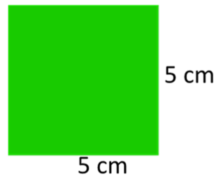
A = a · a = a²

Umfang U



U = 4 · a

Beispiel:



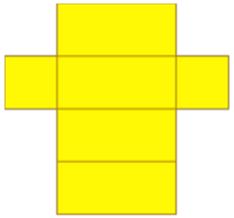
$A = 5cm \cdot 5cm = 25cm^2$

$U = 4 \cdot 5cm = 20cm$

Mathematik 5	M 5.4 Größen und ihre Einheiten M 5.4.2 Flächeninhalt (2)	*AKG Schwabach*

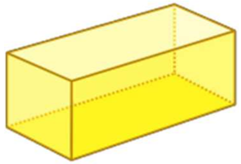
Netz und Schrägbild:

Netz

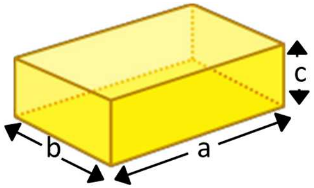


Im **Netz** eines Körpers erscheinen alle Begrenzungsflächen in wahrer Größe. Den räumlichen Eindruck gibt man in einem **Schrägbild** wieder.

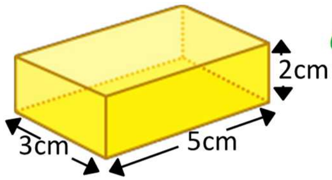
Schrägbild



Oberflächeninhalt O eines Quaders:



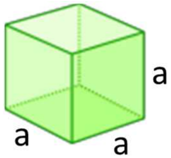
$$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c$$
$$= 2 \cdot (a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$$



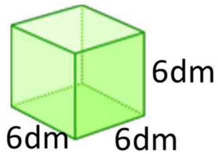
Beispiel:

$$O = 2 \cdot (5cm \cdot 3cm + 5cm \cdot 2cm + 3cm \cdot 2cm)$$
$$= 2 \cdot (15cm^2 + 10cm^2 + 6cm^2)$$
$$= 2 \cdot 31cm^2 = 62cm^2$$

Oberflächeninhalt O eines Würfels:



$$O = 6 \cdot a \cdot a$$
$$= 6 \cdot a^2$$



Beispiel:

$$O = 6 \cdot (6dm)^2 = 6 \cdot 36dm^2$$
$$= 216dm^2$$