Mathematik 8	M 8.1 Funktion und Term (1)	*AKG* *Schwabach*

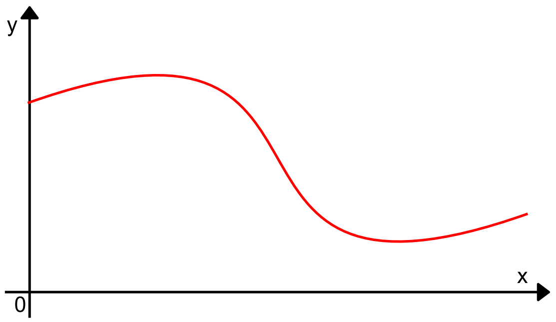
<u>Funktionsbegriff:</u>

> Eine Zuordnung $x \mapsto y$, die jedem x-Wert **genau einen** y-Wert zuordnet, heißt **Funktion**.
> Bei einer Funktion spricht man von einer **eindeutigen Zuordnung**.

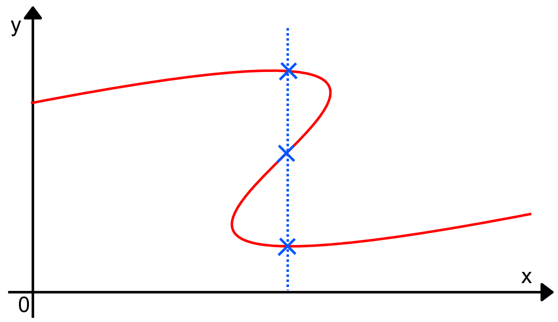
Benennungen:

Funktionsvorschrift: $x \mapsto f(x)$ **Bsp.:** $\boldsymbol{x \mapsto 2x + 2}$
Funktionsterm: $f(x)$ $\boldsymbol{2x + 2}$
Funktionsgleichung: $y = f(x)$ $\boldsymbol{y = 2x + 2}$

Ein Graph ist nur dann ein Funktionsgraph, wenn jede mögliche Parallele zur y-Achse den Graphen höchstens in einem einzigen Punkt schneidet.



Funktionsgragh, da jedem x-Wert genau ein y-Wert zugeordnet wird.

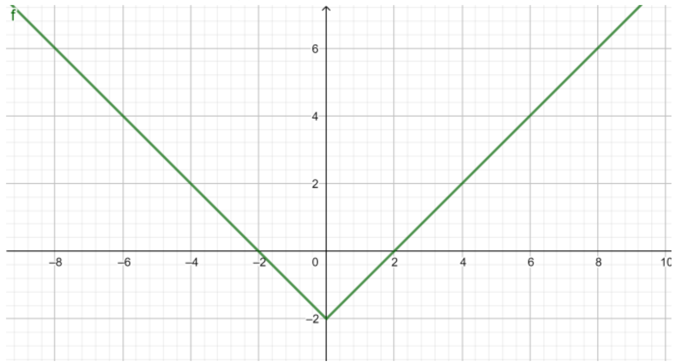


Kein Funktionsgraph, da einem x-Wert drei y-Werte zugeordnet werden.

Mathematik 8	M 8.1 Funktion und Term (2)	*AKG* *Schwabach*

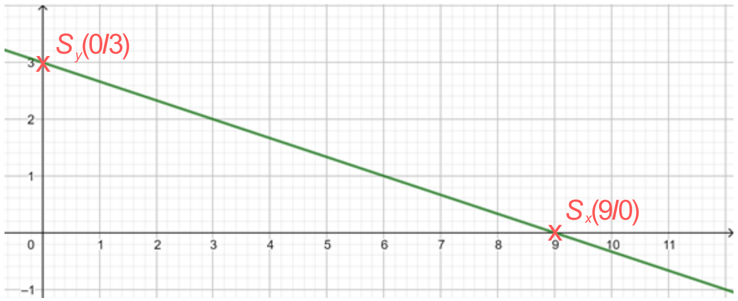
Funktion und Term:

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto |x| - 2$.

zugehörige Mengen	Beschreibung	Beispiel
Definitionsmenge D	Menge aller Zahlen, die für x eingesetzt werden dürfen	$\boldsymbol{D = [-3; 3]}$
maximale Definitionsmenge D_{max}	größtmögliche Definitionsmenge	$\boldsymbol{D = Q}$
Wertemenge W	Menge aller Funktionswerte einer Funktion f	$\boldsymbol{W = \{y\,\|y \geq -2\}}$ **(W besteht aus allen Zahlen y, für die $y \geq -2$ gilt.)** **Bestimmung mittels Funktionsgraph:** 

Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

Gegeben ist $f: x \mapsto -\frac{1}{3}x + 3$



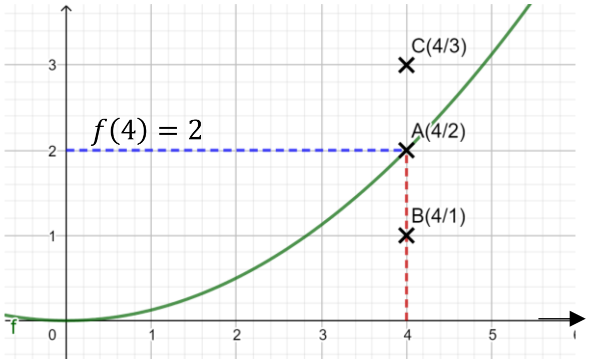
Die x-Koordinate eines Schnittpunktes eines Funktionsgraphen G_f mit der x-Achse heißt **Nullstelle der Funktion f**.
Jede Nullstelle der Funktion f ist Lösung der Gleichung $\boldsymbol{f(x) = 0}$.

Im Bsp.: $-\frac{1}{3}x + 3 = 0 \quad \leftrightarrow \quad -\frac{1}{3}x = -3 \quad \leftrightarrow \quad x = 9 \rightarrow \quad S_x(9|0)$

Die y-Koordinate des Schnittpunktes eines Funktionsgraphen G_f mit der y-Achse berechnet man, in dem man $\boldsymbol{y = f(0)}$ berechnet.

Im Bsp.: $y = f(0) = -\frac{1}{3} \cdot 0 + 3 = 3 \rightarrow S_y(0|3)$

Lage eines Punktes bezüglich eines Funktionsgraphen:



Ermittlung der Lage eines Punktes $P(a|b)$ bzgl. G_f durch Vergleich der y-Koordinate b mit dem Funktionswert $f(a)$.

Allgemein: P liegt	**Im Bsp.: $f(x) = \frac{1}{8}x^2$**
oberhalb G_f, wenn $b > f(a)$	*C liegt oberhalb G_f, da $3 > f(4)$*
auf G_f, wenn $b = f(a)$	*A liegt auf G_f, da $2 = f(4)$*
unterhalb G_f, wenn $b < f(a)$	*B liegt unterhalb G_f, da $1 < f(4)$*

Mathematik 8	M 8.2 Lineare Funktionen (1)	*AKG Schwabach*

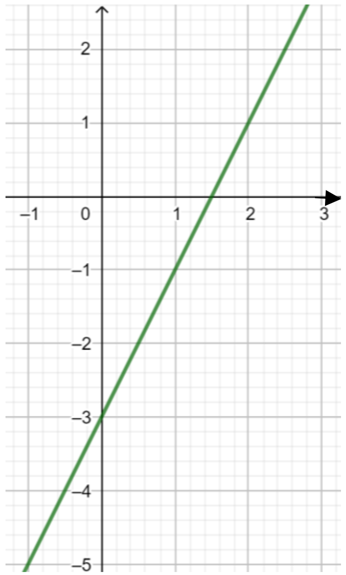
<u>Lineare Funktionen:</u>

> Eine Funktion $f: x \mapsto mx + t$ mit $m, t \in Q$ heißt **lineare Funktion**.

Eigenschaften:

- Der Graph von f ist eine Gerade.
- Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt $(0|t)$.
- Die Zahl m gibt die Steigung des Graphen von f an.

➔ Für $m > 0$ steigt die zugehörige Gerade.
➔ Für $m < 0$ fällt die zugehörige Gerade.

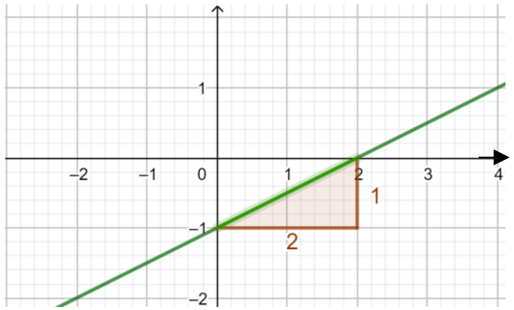


Gegeben ist die Funktion

$f: x \mapsto 2x - 3$:

- G_f **schneidet die y-Achse im Punkt** $(0|-3)$.
- G_f **hat die Steigung 2, weshalb die Gerade steigt.**

Die Steigung m lässt sich von G_f mittels eines **Steigungsdreiecks** ablesen:



Zwei Einheiten nach rechts und eine nach oben bedeutet eine Steigung von $\frac{1}{2}$.
G_f ***schneidet die*** $y - $ ***Achse in*** $P(0|-1)$.

➔ $f(x) = \frac{1}{2}x - 1$

Mathematik 8	M 8.2 Lineare Funktionen (2)	*AKG Schwabach*

<u>Bestimmung des</u> <u>Funktionsterms für lineare Funktionen:</u>

Man kennt zwei Punkte $P_1(x_1|y_1)$ und $P_2(x_2|y_2)$ des Graphen einer linearen Funktion.

Allgemeines Vorgehen:	**Beispiel:**
1. f ist linear, also gilt: $f: x \mapsto mx + t$	**Gegeben sind die Punkte $P_1(-2\|3)$ und $P_2(4\|7)$. f sei linear.** ➔ **Es gilt: $f: x \mapsto mx + t$**
2. Bestimmung der Steigung: $m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$	$m = \frac{7-3}{4-(-2)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$
3. Auflösen der Gleichung $f(x_1) = mx_1 + t = y_1$ nach t.	$3 = \frac{2}{3} \cdot (-2) + t$ $3 = -\frac{4}{3} + t$ $3 + \frac{4}{3} = t \quad \rightarrow \quad t = 4\frac{1}{3}$ ➔ $f: x \mapsto \frac{2}{3}x - 4\frac{1}{3}$

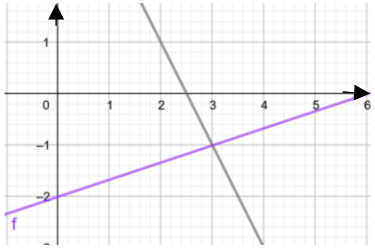
Mathematik 8	M 8.2 Lineare Funktionen (3)	*AKG Schwabach*

Lineare Funktionen und Gleichungen:

Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden:

1. *Graphische Lösung:*

$$f(x) = \frac{1}{3}x - 2 \ \ und\ g(x) = -2x + 5$$



Schnittpunkt: $S(3|-1)$

2. *Rechnerische Lösung:*

Setze $f(x) = g(x)$

$\frac{1}{3}x - 2 = -2x + 5$

$\frac{7}{3}x = 7 \quad \rightarrow \quad x = 3$

Setze $x = 3$ in einen Funktionsterm ein. → $g(3) = -2 \cdot 3 + 5 = -1$

→ $S(3|-1)$

Bestimmung der Nullstelle einer linearen Funktion:

Gegeben sei $f: x \mapsto \frac{1}{4}x - 6$

Setze $f(x) = 0$:

$$\frac{1}{4}x - 6 = 0$$

$$\frac{1}{4}x = 6$$

$$x = 24$$

Bestimmung des x-Wertes einer linearen Funktion zu einem vorgegebenen Funktionswert c:

Gegeben sei $f: x \mapsto \frac{1}{4}x - 6$ und $c = 6$

Setze $f(x) = 6$:

$$\frac{1}{4}x - 6 = 6$$

$$\frac{1}{4}x = 12$$

$$x = 48$$

Mathematik 8	M 8.2 Lineare Funktionen (4)	*AKG Schwabach*

Lineare Ungleichungen:

Lösen von Ungleichungen mittels Äquivalenzumformungen:

ACHTUNG!
Bei Multiplikation/Division beider Seiten der Ungleichung mit einer NEGATIVEN ZAHL muss das Kleiner- oder Größerzeichen UMGEKEHRT werden.

$$(2 - x) \cdot 7 < -21$$

$$14 - 7x < -21 \qquad / - 14$$

$$-7x < -35 \qquad /: (-7)$$

$$x > 5$$

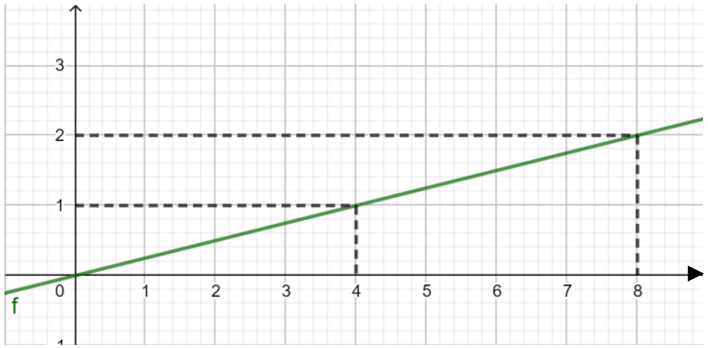
$$L = \{x | x > 5\} =]5\,;\ \infty[$$

Proportionale Funktionen:

Eine lineare Funktion mit der Gleichung $f(x) = mx$ heißt **proportionale Funktion.**

Eigenschaften einer proportionalen Funktion:

- Der zugehörige Graph ist eine **Ursprungsgerade.**
- Für die Gleichung $y = mx$ gilt:
Die Quotienten $\frac{y}{x}$ zugeordneter Größen sind **alle gleich**.
- Der konstante Quotient $\frac{y}{x}$ ist die Steigung m und heißt **Proportionalitätsfaktor**.
- Bei einer proportionalen Zuordnung wird dem Doppelten, dem Halben, …, dem r-fachen einer Größe das Doppelte, die Hälfte, …, das r-fache der anderen Größe zugeordnet, d.h. **beide Größen ändern sich im gleichen Verhältnis**.



$$\frac{y}{x} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = m$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{1}{4}x$$

$\cdot 2$ $\cdot 3$ $\cdot 4$

x	4	8	12	16
y	1	2	3	4

$\cdot 2$ $\cdot 3$ $\cdot 4$

Mathematik 8	M 8.3 Elementare gebrochen-rationale Funktionen (1)	*AKG Schwabach*

Gebrochen-rationale Funktion:

Funktionen, deren Funktionsterm Bruchterme enthalten, nennt man **gebrochen-rationale Funktionen**.

Bsp.: $f: x \mapsto \frac{2}{x}$; $g: x \mapsto \frac{1}{x-3}$; $h: x \mapsto \frac{2}{x+3}$ **sind gebrochen-rationale Funktionen.**

Definitionslücken gebrochen-rationaler Funktionen:

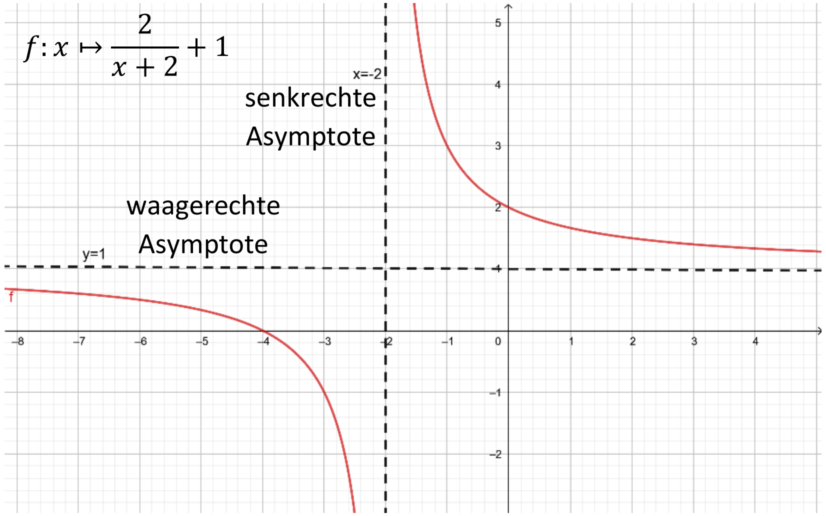
Werte, für die der Nenner null wird, gehören nicht zur Definitionsmenge. Man nennt sie **Definitionslücken**.

Bsp.: $f: x \mapsto \frac{2}{x}$ $\quad D_f = Q \setminus \{0\}$

$g: x \mapsto \frac{1}{x-3}$ $\quad D_g = Q \setminus \{3\}$

Asymptoten:

Eine Gerade, der sich der Graph einer Funktion beliebig nahe annähert, nennt man **Asymptote** des Funktionsgraphen. Graphen gebrochen-rationaler Funktionen können waagerechte und senkrechte Asymptoten haben.



Mathematik 8	M 8.3 Elementare gebrochen-rationale Funktionen (2)	*AKG Schwabach*

Verschiebung des Funktionsgraphen:

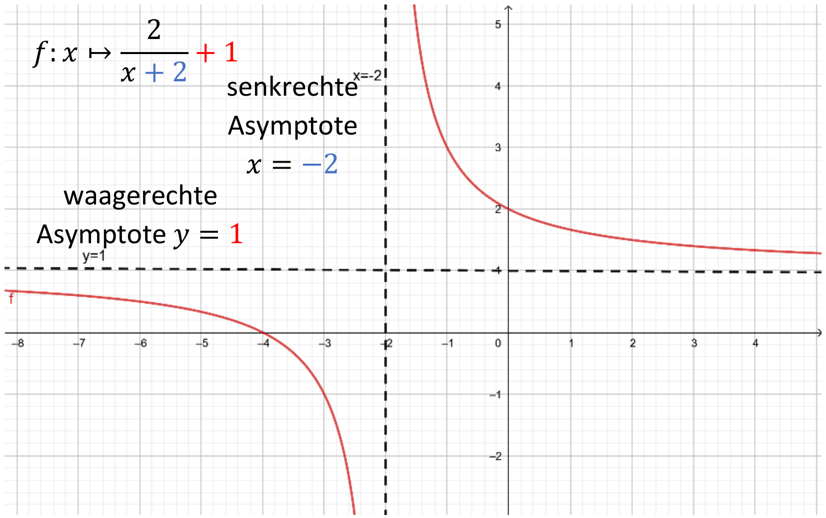
Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{2}{x+b} + c \; (b, c \in Q)$.

Der Graph der Funktion f entsteht aus dem Graphen von $x \mapsto \frac{2}{x}$ durch Verschiebung um:

- $|c|$ nach oben ($c > 0$) oder unten ($c < 0$).
- $|b|$ nach links ($b > 0$) oder rechts ($b < 0$).

Der Graph der Funktion f besitzt

- die senkrechte Asymptote mit der Gleichung $x = -b$.
- Die waagrechte Asymptote mit der Gleichung $y = c$.



Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen:

Der Graph der Funktion $f: x \mapsto \frac{a}{x+b} + c \; (a \neq 0, a, b, c \in Q)$ besitzt je einen Schnittpunkt mit der x- bzw. y-Achse, wenn die jeweilige Achse nicht die Asymptote des Graphen von f ist.

- y-Wert des Schnittpunktes S_y mit der y-Achse: $f(0)$
- x-Wert des Schnittpunktes S_x mit der x-Achse: $f(x) = 0$

Bsp.: $f(x) = \frac{2}{x+2} + 1$

y-Wert von S_y: $f(0) = \frac{2}{0+2} + 1 = 1 + 1 = 2$

➔ $S_y(0|2)$

x-Wert von S_x: $f(x) = 0 \rightarrow \frac{2}{x+2} + 1 = 0$

$\frac{2}{x+2} = -1 \rightarrow \quad 2 = -x - 2 \rightarrow \quad -x = 4 \rightarrow x = 4$

➔ $S_x(4|0)$

Mathematik 8	M 8.3 Elementare gebrochen-rationale Funktionen (3)	*AKG Schwabach*

<u>Indirekte Proportionalität:</u>

> Wird bei einer Zuordnung dem Doppelten, dem Halben, dem r-fachen der einen Größe die Hälfte, das Doppelte, das $\frac{1}{r}-f$ache der anderen Größe zugeordnet, so heißt sie **indirekt proportionale Zuordnung** oder **indirekte Proportionalität.**

Eigenschaften:

- Eine indirekt proportionale Zuordnung hat die Zuordnungsvorschrift $x \mapsto \frac{a}{x}$.
- Produktgleichheit: Die Produkte aller Wertepaare $\left(x \middle| \frac{a}{x}\right)$ sind gleich groß, nämlich a.

Beispiel:

Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto \frac{2}{x}$

Zugehörige Wertetabelle:

		$\cdot 2$	$:8$	$\cdot 12$
x	2	4	$\frac{1}{2}$	6
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{1}{3}$
		$:2$	$\cdot 8$	$:12$
$Produkt$	2	2	2	2

Mathematik 8	M 8.4 Bruchterme und Bruchgleichungen (1)	*AKG Schwabach*

<u>Rechnen mit Bruchtermen:</u> Man geht wie beim Rechnen mit Brüchen vor.

Kürzen und Erweitern von Bruchtermen

- **Kürzen:** Man dividiert Zähler und Nenner durch denselben Term.
- **Erweitern:** Man multipliziert Zähler und Nenner mit demselben Term.

Kürzen

$$\frac{2x+8}{x^2+4x}=\frac{2\cdot(x+4)}{x\cdot(x+4)}=\frac{2}{x}$$

Erweitern

Addieren und Subtrahieren von Bruchtermen

- Bruchterme müssen den gleichen Nenner haben
- Zähler addieren/subtrahieren und Nenner beibehalten

$$\frac{3}{x}-\frac{x+3}{1-x}=\frac{3\cdot(1-x)}{x\cdot(1-x)}-\frac{(x+3)\cdot x}{(1-x)\cdot x}=\frac{3-3x-x^2-3x}{x(x-1)}$$

$$=\frac{-x^2-6x+3}{x(x-1)}$$

Multiplizieren von Bruchtermen

Man multipliziert Bruchterme miteinander, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.

$$\frac{2}{x-1}\cdot\frac{2x+2}{x^2}=\frac{2\cdot(2x+2)}{(x-1)\cdot x^2}=\frac{4x+4}{x^2(x-1)}$$

Dividieren von Bruchtermen

Man dividiert durch einen Bruchterm, indem man mit dem Kehrbruch multipliziert.

$$\frac{2x}{x+1}:\frac{x^2}{x+1}=\frac{2x}{x+1}\cdot\frac{x+1}{x^2}=\frac{2x\cdot(x+1)}{x^2\cdot(x+1)}=\frac{2}{x}$$

Mathematik 8	M 8.4 Bruchterme und Bruchgleichungen (2)	*AKG Schwabach*

Rechnen mit Potenzen:

Für $a, b \neq 0$ und ganzzahlige Exponenten m und n gilt:

1. Gleiche Basis: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ $bzw. \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{3+4} = \left(\frac{3}{4}\right)^7$ **bzw.** $\left(\frac{3}{4}\right)^{-7} : \left(\frac{3}{4}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{-7-(-3)} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-4}$

2. Gleicher Exponent: $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$ $bzw. \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$\left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right)^5 = \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \frac{1^5}{6^5} = \frac{1}{7776}$

3. Potenzen von Potenzen: $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^4 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3 \cdot 4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{12}$

4. Außerdem gilt: $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \left(\frac{b}{a}\right)^1$ $bzw. a^{-1} = \left(\frac{1}{a}\right)^1 = \frac{1}{a}$

$\left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}$ $bzw.$ $3^{-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^1 = \frac{1}{3}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-p} = \left(\frac{b}{a}\right)^p$ $bzw.$ $a^{-p} = \left(\frac{1}{a}\right)^p = \frac{1}{a^p}$

$\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{27}{64}$ $bzw.$ $4^{-3} = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1^3}{4^3} = \frac{1}{64}$

Lösen von Bruchgleichungen:

1. Multiplikation beider Seiten **mit dem Hauptnenner** der vorkommenden Nenner.

$\frac{3}{x} = \frac{1}{x-3}$ $\quad / \cdot x(x-3) \quad D = Q \setminus \{0; 3\}$

$\frac{3 \cdot x(x-3)}{x} = \frac{1 \cdot x(x-3)}{x-3}$

$3(x-3) = x$

2. Lösen der nennerfreien Gleichung mithilfe von Äquivalenzumformungen.

$3(x-3) = x$

$3x - 9 = x \quad / + 9 - x$

$2x = 9$

$x = 4{,}5$

3. Prüfen, ob die Lösung in der Definitionsmenge der Ausgangsgleichung enthalten ist.

$4{,}5 \in D = Q \setminus \{0; 3\}$

Mathematik 8	M 8.5 Laplace-Experimente (1)	*AKG Schwabach*

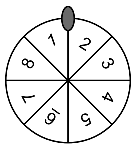
Zufallsexperimente:

Bei der Durchführung eines Zufallsexperiments gilt:

1. Es wird genau ein Ergebnis von mehreren möglichen Ergebnissen eintreten.
2. Welches Ergebnis eintreten wird, lässt sich nicht vorhersagen.

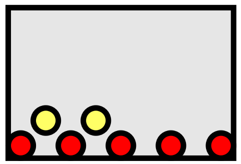
Beispiele für Zufallsexperimente:

Würfel



Glücksrad

Münze



Urne

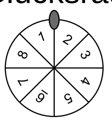
Ergebnismenge:

Die Menge aller möglichen Ergebnisse eines Zufallsexperiments heißt Ergebnismenge Ω. Sie beinhaltet alle möglichen Ergebnisse $\omega_1, \omega_2\ \omega_3, \ldots$.

Beispiele:

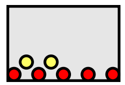
Einmaliger Würfelwurf: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

Einmaliges Drehen am Glücksrad: $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$



Einmaliger Münzwurf: $\Omega = \{Kopf; Zahl\}$

Einmaliges Ziehen aus der Urne: $\Omega = \{rot; gelb\}$



Teilmenge – Ereignis:

A ist eine Teilmenge von Ω, wenn jedes Element von A auch in Ω enthalten ist: $A \subset \Omega$

Jede Teilmenge A der Ergebnismenge Ω eines Zufallsexperiments nennt man Ereignis.

Bsp.: Einmaliger Würfelwurf

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A: Die\ Augenzahl\ ist\ größer\ als\ 3.$

$A = \{4; 5; 6\} \rightarrow A \subset \Omega$

Gegenereignis:

Jedes Ereignis A hat eine Gegenereignis $\bar{A}$. $\bar{A}$ enthält alle Ergebnisse aus Ω, die nicht zu A gehören.

Bsp.: Einmaliger Würfelwurf

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A: Die\ Augenzahl\ ist\ größer\ als\ 3.$

$\bar{A}: Die\ Augenzahl\ ist\ kleiner\ als\ 4.$

$\bar{A} = \{1; 2; 3\} = \Omega \setminus A\ (lies: \text{Omega ohne A})$

Mathematik 8	M 8.5 Laplace-Experimente (2)	*AKG Schwabach*

<u>Empirisches Gesetz der großen Zahlen:</u>

Die relative Häufigkeit eines Ereignisses stabilisiert sich mit zunehmender Versuchsanzahl um einen festen Wert.

<u>Wahrscheinlichkeit:</u>
Bei einem Zufallsexperiment wird jedem Ereignis A eine Wahrscheinlichkeit $P(A)$ zwischen 0 und 1 zugeordnet.

Bsp.: Einmaliger Würfelwurf

$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A: Die\ Augenzahl\ ist\ größer\ als\ 4 \rightarrow A = \{5; 6\}$

$\bar{A}: Die\ Augenzahl\ ist\ kleiner\ als\ 5 \rightarrow\ \bar{A} = \{1; 2; 3; 4\}$

$P(A) = \frac{1}{3}\ ;\ \ P(\bar{A}) = \frac{2}{3}$

<u>Laplace-Experiment:</u>
Zufallsexperimente, bei denen alle Ergebnisse gleich wahrscheinlich sind, heißen Laplace-Experimente.

Beispiele:

- Einmaliger Wurf eines nicht gezinkten Würfels

➔ Augenzahlen 1 bis 6 sind gleich wahrscheinlich

- Einmaliger Wurf einer Münze

➔ Kopf und Zahl sind gleich wahrscheinlich

<u>Laplace-Wahrscheinlichkeit:</u>
Für die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ eines Ereignisses A bei einem Laplace-Experiment gilt:

$$P(A) = \frac{Anzahl\ der\ für\ das\ Ereignis\ A\ günstigen\ Ergebnisse}{Anzahl\ aller\ möglichen\ Ergenisse}$$

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Bsp.: Einmaliger Würfelwurf mit $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

$A: Augenzahl\ ungerade \rightarrow A = \{1; 3; 5\}$

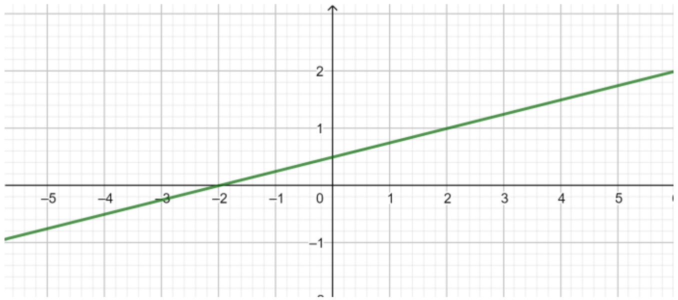
$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Mathematik 8	M 8.6 Lineare Gleichungssysteme (1)	*AKG Schwabach*

Lineare Gleichungen mit zwei Variablen:

Eine Gleichung wie $4y - x = 2$ heißt lineare Gleichung mit zwei Variablen.
Es gilt:

- Jede Lösung ist ein Zahlenpaar $(x|y)$.
- Die Lösungsmenge enthält unendlich viele Lösungen.
- Die graphische Darstellung der Lösungsmenge ist eine Gerade.



$$4y - x = 2 \; entspricht \; y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$$

$$(-2|0) \; und \; (2|1) \; sind \; zwei \; mögliche \; Lösungen.$$

Lineare Gleichungssysteme mit zwei Variablen (LGS):

Lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen
$$=$$
$$zwei\ lineare\ Gleichungen + zwei\ gemeinsame\ Variablen$$

Bsp.: $\boldsymbol{(I)\quad 3x = 8 - 2y}$
$\boldsymbol{(II)\ 2y = x - 8}$

Lösung eines LGS:

- Die Lösung ist ein Zahlenpaar.
- Das Zahlenpaar erfüllt beide Gleichungen des Systems.

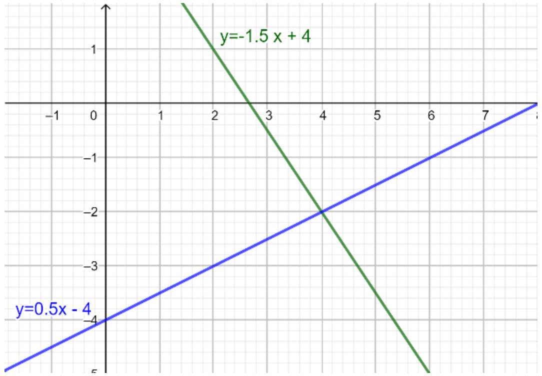
Mathematik 8	M 8.6 Lineare Gleichungssysteme (2)	*AKG Schwabach*

Graphisches Lösen eines linearen Gleichungssystems:

Man zeichnet beide Geraden, die zu den Gleichungen gehören.

Bsp.: $(I)\ \ 3x = 8 - 2y \quad \rightarrow \quad y = -1{,}5x + 4$

$(II)\ 2y = x - 8 \quad \rightarrow \quad y = 0{,}5x - 4$



Der Schnittpunkt der beiden Geraden ist die Lösung des LGSs.

Lösung: $(4|-2)$

Allgemein sind **drei Fälle** möglich: Das LGS hat

- ***genau eine Lösung***: Die Geraden schneiden sich in einem Punkt.
- ***keine Lösung:*** Die Geraden sind parallel aber nicht identisch.
- **unendlich viele Lösungen**: Die Geraden sind identisch.

Rechnerisches Lösen eines linearen Gleichungssystems:

Bsp.: $(I)\ \ 3x = 8 - 2y$

$(II)\ 2y = x - 8$

Einsetzungsverfahren:

- Man löst eine Gleichung nach einer Variablen auf.
  $(II)\ nach\ y\ auflösen: (II')\ \ y = 0{,}5x - 4$
- y wird nun in (I) eingesetzt:
  $y\ in\ (I):\ \ 3x = 8 - 2(0{,}5x - 4)$
- Die Gleichung wird nach x aufgelöst:
  $3x = 8 - x + 8$
  $4x = 16 \quad \rightarrow \quad x = 4$
- $x = 4$ wird in eine Gleichung eingesetzt, um y zu ermitteln:
  $x = 4\ in\ (II'):\ \ y = 0{,}5 \cdot 4 - 4 = 2 - 4 = -2$
- Damit ergibt sich die Lösung $(4|-2)$.

Mathematik 8	M 8.7 Kreis und Zylinder (1)	*AKG Schwabach*

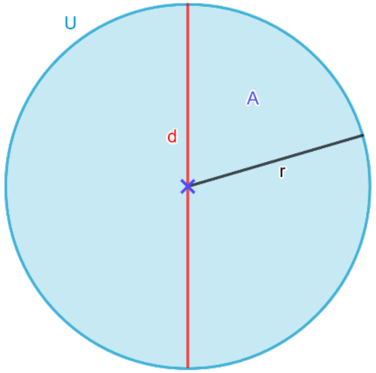
<u>Kreiszahl π:</u>

Die Kreiszahl π

- hat unendlich viele Nachkommastellen.
- ist nicht periodisch ($\pi \notin Q$).
- hat den Näherungswert: $\pi \approx 3{,}14 \;\; oder\; \pi \approx \frac{22}{7}$

<u>Umfang U und Flächeninhalt A eines Kreises:</u>

Gegeben ist ein Kreis mit
Radius r und Durchmesser d.



Es gilt:
$Umfang\colon\;\; U = 2\pi \cdot r = \pi \cdot d$
$Flächeninhalt\colon\; A = \pi \cdot r^2$

Bsp.: Gegeben ist der Kreis k mir Radius $r = 4cm$. Berechne den Umfang U und den Flächeninhalt A des Kreises.

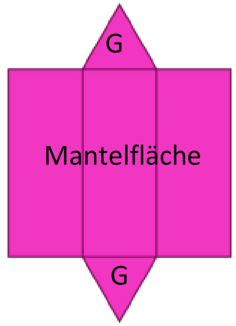
$$\boldsymbol{U = 2\pi \cdot 4cm \approx 25{,}13cm}$$
$$\boldsymbol{A = \pi \cdot (4cm)^2 = \pi \cdot 16cm^2 \approx 50{,}3cm^2}$$

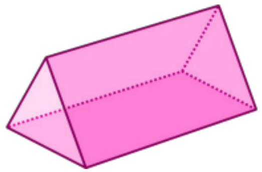
<u>Oberflächeninhalt und Volumen eines geraden Prismas:</u>

Der **Oberflächeninhalt** besteht aus

- Grund- und Deckflächeninhalt
- und Mantelflächeninhalt

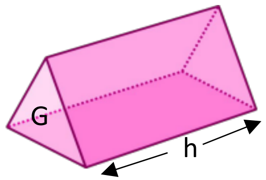
➔ $O = 2G + M$



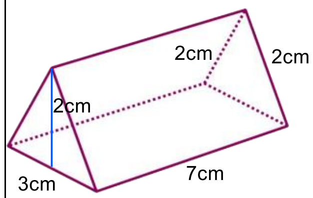


Für **das Volumen** eines geraden Prismas mit Grundfläche G und Höhe h gilt:

$$V = G \cdot h$$



Beispiel:



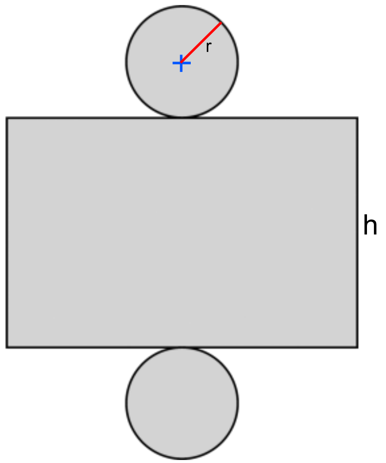
$$V = \frac{1}{2} \cdot 3cm \cdot 2cm \cdot 7cm$$
$$= 3cm^2 \cdot 7cm = 21cm^3$$

$$O = 2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 3cm \cdot 2cm\right) + 3cm \cdot 7cm + 2 \cdot (2cm \cdot 7cm)$$
$$= 2 \cdot 3cm^2 + 21cm^2 + 2 \cdot 14cm^2 = 6cm^2 + 21cm^2 + 28cm^2$$
$$= 55cm^2$$

Mathematik 8	M 8.7 Kreis und Zylinder (2)	*AKG Schwabach*

<u>Oberflächeninhalt und Volumen eines geraden Zylinders:</u>

Oberflächeninhalt eines geraden Zylinders:



$$Oberflächeninhalt = Grundfläche + Deckfläche + Mantelfläche$$

Die Grund- und Deckfläche sind Kreise mit dem Radius r.
Die Mantelfläche M ist ein Rechteck.

$$M = 2\pi r \cdot h$$
$$O = 2G + M = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

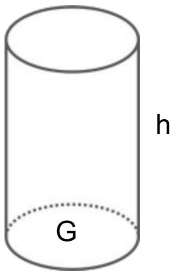
Beispiel:

Gegeben ist ein gerader Zylinder mit dem Grundflächenradius $r = 4cm$ und der Höhe $h = 7cm$. Berechne den Oberflächeninhalt und das Volumen des Zylinders.

$$\boldsymbol{O = 2G + M = 2\pi \cdot (4cm)^2 + 2\pi \cdot 4cm \cdot 7cm}$$
$$\boldsymbol{= 32cm^2 \cdot \pi + 56cm^2 \cdot \pi = 88cm^2 \cdot \pi \approx 276{,}46cm^2}$$

$$\boldsymbol{V = G \cdot h = \pi \cdot (4cm)^2 \cdot 7cm = 112cm^3 \cdot \pi \approx 351{,}86cm^3}$$

Volumen eines geraden Zylinders:



$$Volumen = Grundfläche \cdot Höhe$$

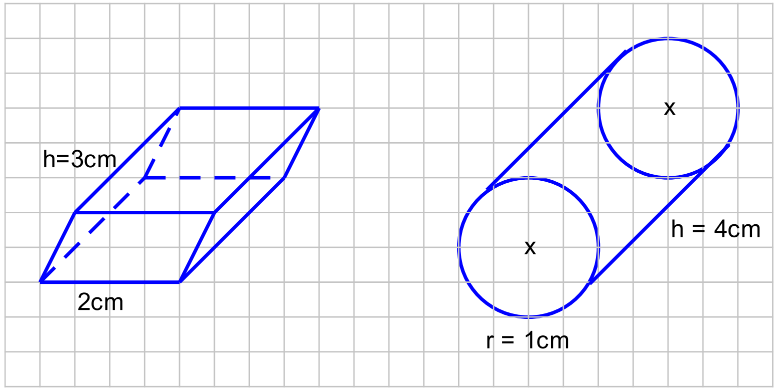
$$V = G \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

Mathematik 8	M 8.7 Kreis und Zylinder (3)	*AKG Schwabach*

<u>Schrägbilder skizzieren:</u>

Schrägbild eines **liegenden** Prismas oder Zylinders:

1. Man zeichnet die Grundfläche als Vorderfläche in wahrer Größe.
2. Die Seitenkanten des Prismas werden z.B. unter dem Winkel $\alpha = 45°$ und verkürzt (z.B. $1cm \triangleq 1\ Kästchendiagonal$) gezeichnet bzw. die Grundkreismitte des Zylinders entsprechend verschoben.
3. Man zeichnet die Deckfläche in wahrer Größe. Beim Zylinder ergänzt man die Randlinien.



Schrägbild eines **stehenden** Prismas bzw. Zylinders:

1. Man zeichnet die Grundfläche wie oben als Schrägbild. Zylinder: Man wählt z.B. $\alpha = 90°$ für das Schrägbild eine Ellipse und verkürzt $k = \frac{1}{2}$.
2. Die Seitenkanten bzw. Randlinien zeichnet man in wahrer Größe.
3. Man zeichnet die Deckfläche wie die Grundfläche.